



Matemática Atuarial

Conceitos Importantes

Método Retrospectivo	Considera-se o histórico de contribuições e benefícios.
Método Prospectivo	Diferença entre o valor presente dos benefícios futuros e o valor presente dos prêmios futuros.
Risco biométrico	Morte, sobrevivência, invalidez, doenças. O risco biométrico é individual e biológico
Teoria da ruína	Estuda a probabilidade de uma seguradora ficar insolvente ao longo do tempo. A ruína ocorre quando a reserva acumulada da seguradora torna-se negativa.
Safety loading	O carregamento de segurança reduz a probabilidade de ruína ao elevar os prêmios
Múltiplos decrementos	Considera a ocorrência de mais de uma causa possível de saída do grupo segurado.
Regime de Repartição Simples	Os benefícios são pagos com os prêmios arrecadados no mesmo período, sem constituição de reservas significativas.
Regime de Repartição de Capitais de Cobertura (RCC)	Os prêmios são calculados para cobrir os benefícios de um grupo específico de segurados ao longo de um período determinado. Envolve a constituição da reserva PMBC
Regime de Capitalização	Requer a constituição das reservas por participante PMBC e PMBaC. É obrigatório para a prestação de benefícios programados e continuados
Saldamento	Interrupção de contribuições com manutenção de benefício proporcional
Prêmio Nivelado	Prêmio constante pago ao longo do tempo

Modelagem e Projeções Atuariais

Modelos e Frequências:	Distribuições: Binomial: Modelagem de número de sucessos em um número fixo de tentativas independentes. Carteiras pequenas Poisson: Modelagem de eventos raros que ocorrem aleatoriamente no tempo ou espaço. Sinistros raros e independentes Binomial Negativa: Modelagem de dados superdispersos, onde a variância é maior que a média.
Projeções Atuariais: Simulações do futuro financeiro de planos de benefícios ou seguros, considerando diversos cenários e premissas sobre mortalidade, juros, inflação, etc.	Tipos de Projeções: Determinísticas: Utilizam um único conjunto de premissas para projetar o futuro. Estocásticas: Utilizam simulações de Monte Carlo ou bootstrapping para gerar múltiplos cenários e avaliar a variabilidade dos resultados.
Monte Carlo Simulation	Gera amostras aleatórias de distribuições de probabilidade para simular múltiplos cenários futuros.
Bootstrapping	Reamostra dados existentes para criar múltiplos conjuntos de dados simulados e estimar a variabilidade estatística.

Fórmulas Atuariais Essenciais

Índice de Sinistralidade	$IS = \frac{\text{Custo dos Sinistros}}{\text{Prêmio Ganho}}$
Nº de vivos na idade x	l_x
Nº de mortos na idade x	$d_x = l_x - l_{x+1}$
Probabilidade de sobreviver de x para x+1	$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$
Probabilidade de morrer entre x e x+1	$q_x = \frac{d_x}{l_x} = 1 - p_x$
VPA de um Seguro de Vida Inteira	$A_x = M_x / D_x$
Anuidade Vitalícia Postecipada	$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$
Anuidade Vitalícia Antecipada	$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$
Seguro de Vida Inteira	$A_x = 1 - d \cdot \ddot{a}_x$, onde $d = \frac{i}{1+i}$
Seguro Temporário de Vida	$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$
Prêmio Puro de Uma Vida Inteira	$P_x = M_x / N_x \cdot S$
Índice Combinado	$IC = \frac{\text{Sinistros} + \text{Desp. Adm}}{\text{Prêmios Ganhos}}$
Índice Combinado Ampliado	$IS = \frac{\text{Custo dos Sinistros} + \text{Despesas}}{\text{Prêmio Ganho} + \text{Resultado Financeiro}}$
Estimativa de Credibilidade	$\text{Estimativa} = Z \cdot X + (1 - Z) \cdot M$

RLM e Estatística

Estatística

Variância (σ^2)	$\sigma^2 = \Sigma(x_i - \mu)^2 / N - 1$
Desvio Padrão (σ)	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
Amplitude	$Amplitude = x_{max} - x_{min}$
Coefficient of Variation (CV)	$\frac{\sigma}{\mu}$
Skewness	$Skewness = (\Sigma(x_i - \mu)^3) / (N\sigma^3)$
Kurtosis	$Kurtosis = (\Sigma(x_i - \mu)^4) / (N\sigma^4)$

Probabilidade

Probabilidade Condicional	$P(A B) = P(A \cap B) / P(B)$
Probabilidade da Intersecção	$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$
Probabilidade da Intersecção de eventos independentes	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B A)$
Probabilidade da União ($A \cup B$)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Negações Lógicas

Nega-se ambas as proposições e troca-se o ‘e’ por ‘ou’.
$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$
Nega-se ambas as proposições e troca-se o ‘ou’ por ‘e’.
$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$
Mantém-se a primeira proposição e nega-se a segunda, trocando o ‘se... então’ por ‘e’.
$\neg(P \rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$
A negação da negação de uma proposição resulta na própria proposição.
$\neg(\neg P) \equiv P$

Equivalências Lógicas e Leis de Morgan

Equivalências do Condicional (Se... Então)	Exemplos e Detalhes
$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$	O condicional ‘se p então q’ é logicamente equivalente a ‘não p ou q’. Exemplo: Se chover (p), então a rua fica molhada (q). Equivalente: Não chove ($\neg p$) ou a rua fica molhada (q).
$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$ (Contrapositiva)	A contrapositiva inverte e nega ambas as proposições do condicional. Exemplo: Se estudo (p), então passo (q). Equivalente: Se não passo ($\neg q$), então não estudo ($\neg p$).
$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$	A negação do condicional ‘se p então q’ é ‘p e não q’. Exemplo: Não é verdade que se estudo (p) então passo (q). Equivalente: Estudo (p) e não passo ($\neg q$).
Leis de Morgan	Exemplos e Detalhes
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	A negação de uma conjunção (‘p e q’) é equivalente à disjunção das negações (‘não p ou não q’). Exemplo: Não é verdade que João é alto (p) e Maria é baixa (q). Equivalente: João não é alto ($\neg p$) ou Maria não é baixa ($\neg q$).
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	A negação de uma disjunção (‘p ou q’) é equivalente à conjunção das negações (‘não p e não q’). Exemplo: Não é verdade que vou ao cinema (p) ou fico em casa (q). Equivalente: Não vou ao cinema ($\neg p$) e não fico em casa ($\neg q$).
Equivalências Adicionais	Exemplos
$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	Bicondicional: ‘p se e somente se q’ é equivalente a ‘se p então q e se q então p’.
$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Outra forma de bicondicional: ‘p e q’ ou ‘não p e não q’.
$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$	Negação do bicondicional: ‘p e não q’ ou ‘não p e q’.
$p \vee q \equiv \neg(\neg p \wedge \neg q)$	Uma disjunção é a negação da negação de suas partes.
$p \wedge q \equiv \neg(\neg p \vee \neg q)$	Uma conjunção é a negação da negação de suas partes.

Economics and Finance Formulas

Finanças

Fórmula CAPM (Capital Asset Pricing Model)	$\mathbb{E}[R_i] = R_f + \beta_i(\mathbb{E}[R_m] - R_f)$
VAR Paramétrico (Value at Risk)	Método para estimar a perda máxima esperada em um horizonte de tempo, sob condições normais de mercado
VAR Não Paramétrico (Value at Risk)	Envolve a simulação de cenários futuros baseados em dados históricos para estimar a distribuição de perdas e ganhos.
Asset-Liability Management (ALM)	- Minimizar o risco de descasamento entre ativos e passivos. - Maximizar o retorno ajustado ao risco, considerando as restrições regulatórias e financeiras.
Liability Driven Investment (LDI)	- Investir em ativos que repliquem o fluxo de caixa dos passivos. - Utilizar derivativos para hedge de riscos de taxa de juros e inflação.

Economia

Política Macroprudencial	Conjunto de medidas para mitigar riscos sistêmicos e proteger a estabilidade financeira. Foco na resiliência do sistema como um todo.
Monopólio	Estrutura de mercado com um único vendedor , que detém alto poder de determinar preços e quantidades. Gera ineficiências e menor bem-estar.
Oligopólio	Mercado dominado por um pequeno número de empresas , com interdependência e barreiras de entrada. Concorrência limitada e potencial para conluio.
Concorrência Perfeita	Modelo com muitos vendedores e compradores , produtos homogêneos , alta transparência e sem barreira de entrada.
Bens Públicos	Não exclusivos (não se pode impedir o consumo) e não rivais (o consumo por um não impede o de outro). Ex: defesa nacional, ar puro.
Maximização do Lucro	RMg = CMg Independente da estrutura de mercado